

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab.

Mathematisk-fysiske Meddelelser. **IV**, 6.

MILLIMÈTRE ÉTALONNÉ PAR
DES INTERFÉRENCES

PAR

K. PRYTZ



KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL
BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1922

Pris: Kr. 0,75.

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskabs videnskabelige Meddelelser udkommer fra 1917 indtil videre i følgende Rækker:

Historisk-filologiske Meddelelser,
Filosofiske Meddelelser,
Mathematisk-fysiske Meddelelser,
Biologiske Meddelelser.

Prisen for de enkelte Hefter er 50 Øre pr. Ark med et Tillæg af 50 Øre for hver Tavle eller 75 Øre for hver Dobbelttavle.

Hele Bind sælges dog 25 pCt. billigere.

Selskabets Hovedkommissionær er *Andr. Fred. Høst & Søn*
Kgl. Hof-Boghandel, København.

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab.

Mathematisk-fysiske Meddelelser. **IV**, 6.

MILLIMÈTRE ÉTALONNÉ PAR
DES INTERFÉRENCES

PAR

K. PRYTZ



KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL
BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1922

Méthode d'observation. — En construisant l'appareil interférentiel décrit dans ce mémoire je me suis proposé premièrement de trouver un moyen de mesurer commodément des longueurs de l'ordre d'un millimètre ou moins, en supposant qu'on puisse obtenir la comparaison des dites longueurs avec le mètre international par un plus petit nombre de mesurages en remontant de la longueur d'onde qu'en descendant du mètre, s'il s'agit d'obtenir la précision d'une fraction de μ . En second lieu j'ai voulu arranger l'appareil pour la vérification d'une règle divisée en millimètres, de manière qu'on étudie chacun des mm directement par un mesurage interférentiel continu, tandis que les centimètres sont déterminés par des mesurages interférentiels successives, chacun s'étendant approximativement sur 1 mm.

Un cm d'une règle est mesuré de la manière suivante. La règle peut être déplacée sous un microscope. Ayant placé le trait initial dans l'axe du microscope on déplace la règle jusqu'à ce que le trait de millimètre suivant se fasse voir près du fil du micromètre; on ne tient pas à un ajustage précis du trait par rapport au fil. La grandeur du déplacement est trouvée en déterminant le nombre des longueurs d'onde y contenues. On continue ainsi jusqu'au trait final du cm; il est ajusté avec précision dans l'axe du microscope comme le trait initial.

En faisant la somme des dix nombres on aura le nombre total des longueurs d'onde que contient le centimètre; sa valeur sera déterminée avec une précision dépendant principalement de la précision avec laquelle la mise au point du microscope peut la définir, l'erreur provenant de l'addition des dix nombres des longueurs d'onde contenues dans les millimètres étant assez petite en comparaison des erreurs des deux pointages microscopiques. En effet la détermination de chacun des déplacements se fait avec une précision d'un vingtième de la longueur d'onde, savoir de $0,025 \mu$; ainsi l'erreur moyenne de leur somme ne surpassera pas $0,08 \mu$, tandis que le pointage en amènera $0,25 \mu$ au moins. L'étalonnage pouvant être fini pendant 20 à 25 minutes on verra que par un travail facile on peut obtenir une très bonne détermination d'un cm en répétant quelques fois le mesurage.

J'ai trouvé qu'on peut, dans les conditions données, observer et compter sans interruption les franges interférentielles pendant 2 à 3 heures sans être tellement fatigué que le résultat en est compromis; pendant cet espace de temps on peut venir à bout d'une longueur de 5 cm suivant la méthode décrite plus haut au cas de 1 cm. On peut ainsi déterminer la somme des longueurs d'onde comprises dans un demi-décimètre, pourvu qu'on ait des conditions de température favorables dans le laboratoire. L'erreur provenant de la sommation des cinquante nombres des longueur d'onde est comparable à l'erreur de l'observation microscopique.

L'appareil interférentiel. La source lumineuse que j'applique est l'arc à mercure dans le vide. L'arc est produit dans un tube de verre de la forme donnée par la fig. 1, placé dans un manteau en tôle noircie. La lumière sortant

par une ouverture peut être arrêtée par un couvercle. La lampe est fournie par la force électromotrice de 220 volts des usines municipales, une résistance convenable y étant jointe. Monsieur le docteur ès sciences H. M. HANSEN a eu l'heureuse idée de réunir le couvercle à un interrupteur de telle manière que, l'ouverture fermée, la résistance soit diminuée, après quoi on allume aisément la lampe en la basculant un peu. Mais pour s'en servir il faut écarter le couvercle et par cette manœuvre on intercale automatiquement la résistance convenable à un emploi prolongé.

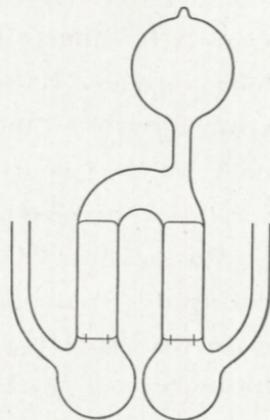


Fig. 1.

La lampe donne les quatre lignes spectrales du mercure très intenses, savoir un bleu avec la longueur d'onde $\lambda_b = 0,4358341 \mu$, un vert, $\lambda_v = 0,5460740 \mu$ et deux jaunes $\lambda_{j_1} = 0,5769596 \mu$ et $\lambda_{j_2} = 0,5790657 \mu$; elles sont toutes employées dans l'appareil.

L'interférence de Newton dont je me sers se produit au moyen de deux glaces planes argentées l'une d'une couche épaisse, l'autre d'une couche transparente. Elles sont placées l'une contre l'autre, les faces argentées en regard. L'une est fixée à la semelle de l'appareil tandis que l'autre est attachée à un petit chariot (voir la fig. 3) dont le mouvement est dirigé par deux glissières. Ce mouvement est limité à un déplacement qui dépasse d'un peu 1 mm.

La lumière passe par une lunette autocollimatrice (*L*, fig. 3) construite par M. Pulfrich¹ à l'usage du dilatomètre de Fizeau; sortant de la lampe la lumière est concentrée par

¹ Pulfrich, Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1898, p. 261.

une lentille vers le petit prisme réfléchissant p_1 . Ayant passé l'objectif de la lunette elle est de nouveau réfléchi par le prisme p_2 qui la dirige vers les glaces G_1 et G_2 . Y ayant établi l'interférence la lumière passe de nouveau la lunette en sortant par l'oculaire. Avant son entrée dans celui-ci la lumière passe par une fente horizontale à latitude variable. Entre l'oculaire et l'œil un petit prisme à vision directe est intercalé dont la dispersion est assez petite pour qu'on voie en même temps toutes les quatre lignes spectrales du mercure nommées plus haut.

On adapte le tirage de la lunette à vision distincte des traits circulaires tracés sur la face de derrière de la glace fixe G_2 . On verra alors les quatre images de la fente traversées par les franges interférentielles dont la direction et les distances mutuelles sont accidentelles. On obtient les distances convenables à l'observation entre les franges en faisant jouer trois vis qui règlent la position de la glace G_1 .

La direction des franges doit être verticale, normale aux images de la fente, ce qu'on obtient au moyen d'un prisme de Dove placé dans la lunette; par réfraction de la lumière dans deux des faces du prisme et par la réflexion totale dans une troisième le prisme a l'effet de tourner l'image d'un angle qui est le double de celui dont on a tourné le prisme.

Dans l'oculaire sont placés deux fils parallèles et verticaux; l'oculaire étant mobile autour d'un axe vertical on peut ajuster le double fil à une frange voulue par une vis micrométrique. La lunette contient encore un diaphragme iris par lequel on peut rétrécir le faisceau lumineux.

On donne à la fente une telle latitude que son image verte et l'une de ses deux images jaunes se rencontrent. Les deux images jaunes se couvrent alors presque com-

plètement; on voit seulement en haut et en bas deux bordures très étroites en lumière pure. Les choses ainsi arrangées on ne voit que trois bandes lumineuses et horizontales traversées par des franges verticales noires; celles-ci sont très étroites parce que la glace antérieure, assez fortement argentée, a un grand pouvoir réflecteur; étant aussi bien distinctes les franges sont des objets bien aptes pour la mise au point. Les franges noires du bleu sont les plus nettes, celles du vert le sont un peu moins. Celles du jaune sont assez estompées en pleine lumière, quand la distance des deux faces argentées s'approche à un millimètre; en revanche la grande intensité du jaune permet de rétrécir le faisceau lumineux a un tel degré que les franges deviennent distinctes. Vue dans la lunette chacune des trois bandes a une latitude apparente de deux à trois mm; pour la distance apparente entre les franges vertes j'ai trouvé que 3 à 4 mm sont convenables.

Ayant établi les interférences par deux glaces planes en employant plusieurs sortes de lumière monochromatique on peut, c'est bien connu, se servir des coïncidences entre les franges des diverses couleurs pour déterminer la distance qui sépare les faces en regard des deux glaces. A cet effet la lumière du mercure, décomposée par un prisme comme mentionné plus haut, est très applicable; la coïncidence est constatée quand deux franges de deux couleurs sont situées sur une même ligne droite.

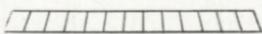
Entre les franges du bleu et celles du vert il existe des coïncidences approximatives pour toutes les quatre franges vertes, entre celles du vert et du jaune pour toutes les dix-huit vertes. Comme mentionnée plus haut les deux bandes jaunes se couvrent à peu près; dans l'image interférentielle de cette double bande on a donc deux systèmes

de franges dont la position relative varie assez lentement quand les franges se déplacent à cause d'une variation de la distance entre les deux glaces.

Dans le »Recueil de Constantes Physiques«, publié par la Société Française de Physique, on trouve les valeurs citées plus haut des deux longueurs d'onde $\lambda_{j_1} = 0,5769596 \mu$ et $\lambda_{j_2} = 0,5790657 \mu$ dans l'air à 15° et à la pression de 760 mm. Calculant le nombre s de l'équation $275 \lambda_j = (275 - s) \lambda_{j_2}$ j'ai trouvé

$$s = 1,00002.$$

s ne résultant qu'avec une précision de $1/20000$, le dernier chiffre n'est pas sûr; il faut donc mettre $s = 1$ et $\lambda_{j_2} : \lambda_{j_1} = 275 : 274$ avec une précision dépendant de la précision des valeurs observées des deux longueurs d'onde.

Il s'en suit du calcul qu'on trouvera dans la bande jaune des coïncidences qui se répètent toujours quand la variation de la distance des deux glaces a fait passer 274 franges de la lumière λ_{j_2} . La variation d'un mm fait paraître 13 coïncidences de cette sorte. Comme elles sont très faciles à reconnaître elles peuvent servir comme des repères très commodes dans la multitude des franges. Quoique les coïncidences soient exactes à cause du rapport simple des longueurs d'onde on ne peut démontrer leurs positions dans l'image interférentielle qu'avec une incertitude de une à deux franges par suite de la lente variation de la position relative des franges. Si l'on rétrécit la fente de la lunette jusqu'à ce que les deux bandes jaunes soient sur le point de se séparer l'ensemble des deux bandes présente à peu près l'aspect de la figure  ce qui permet de trouver approximativement la coïncidence.

Afin de pouvoir distinguer l'une de l'autre les 13 coïn-

cidences j'ai cherché ce que je nommerai une constellation dans le voisinage de chacune d'elles, c'est à dire un endroit dans l'image interférentielle où trois franges dans les trois bandes sont situées à peu près sur une même ligne droite ou présentent une autre position relative régulière, facile à reconnaître. L'aspect de la constellation joint à sa distance de la coïncidence fait reconnaître le numéro de la coïncidence.

Dans le but d'obtenir un étalon interférentiel du millimètre j'ai cherché deux constellations spéciales dont l'apparence successive entre les deux fils de l'oculaire correspond à un déplacement de la glace mobile à peu près égal à un millimètre. La glace commence son mouvement à une distance de la glace fixe un peu au-dessus d'un mm; étant dans cette position initiale elle présente une constellation, la constellation zéro (F dans la fig. 2). L'ayant déplacée jusqu'à ce que 3659 franges vertes aient passé les fils on trouvera une autre constellation, la constellation finale, A dans la fig. 2; un mm correspondant à 3662,51 intervalles, le déplacement sera donc égal à $1 \text{ mm} \div \frac{1}{2} \cdot 3,51 \lambda_v$. J'ai trouvé le nombre 3659 de la manière que voici.

La figure 2 montre les constellations A, B, C, D, E et F dont je me suis servi. Les franges des diverses couleurs seront notées respectivement par b, v, j_1 et j_2 . A correspond à une distance des glaces égale environ à 66μ . On a compté les nombres d'intervalles inscrits dans la figure entre les franges vertes de A et de B , de C et de E , de E et de D . On a mesuré par le micromètre de la lunette les phases de diverses franges bleues et jaunes dans A, B, C et E , la phase d'une frange signifiant sa distance d'une ligne droite prolongeant la frange verte de la constellation, l'intervalle

des franges vertes pris comme unité; le signe de la phase est choisi positif à droite.

Les constellations B et E sont situées respectivement près de la treizième et de la première coïncidence; on connaît donc approximativement le nombre d'intervalles jaunes entre j_1 en B et j_1 en E , 275 intervalles se trouvant entre deux coïncidences consécutives. Ayant observé la phase z de b et la phase y de j_1 en B aussi bien qu'en E , on pourra donc calculer le nombre exact N_v des intervalles de franges vertes situées entre les deux franges vertes dans B et dans E aussi bien que le nombre correspondant N_b des intervalles bleus.

Quant aux deux phases z_B et y_B en B on les a obser-

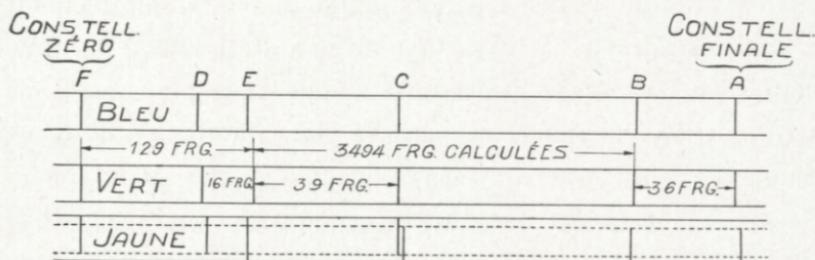


Fig. 2.

vées directement, mais en outre on les a déduites des observations en A . On a observé $z_B = 0,08$ et $z_A = 0,00$. La dernière valeur combinée avec la connaissance du nombre 36 d'intervalles verts entre A et B et du rapport $\lambda_v : \lambda_b$ donne la même valeur de z_B que l'observation directe. On a donc

$$z_B = 0,08.$$

L'observation directe a donné $y_B = -0,02$. En A on a observé la phase de j_2 égale à $+0,04$; de cette valeur on déduit la phase de j_2 en B égale à $-0,01$. Pour avoir la phase y_B de j_1 en B on se sert de l'observation que j_1 en B est distant d'environ 8 intervalles jaunes à droite de la treizième coïncidence jaune, ce qui donne la phase relative

de j_1 par rapport à j_2 égale à $-0,03$; par là on obtient la valeur $-0,04$ pour y_B . La moyenne des deux valeurs donne

$$y_B = -0,03.$$

Par des calculs analogues j'ai trouvé la phase z_E de la frange b en E et y_E celle de la frange j_1 en E , ayant observé les phases de b en C égale à $0,00$ et de b en D égale à $-0,14$ ainsi que les phases de j_1 en C égale à $0,00$ et de j_1 en D égale à $+0,08$. Je trouve donc par calcul pour z_E les deux valeurs $-0,11$ et $-0,10$ et pour y_E les valeurs $-0,10$ et $-0,07$. Les moyennes deviennent

$$z_E = -0,10 \quad \text{et} \quad y_E = -0,09.$$

Ayant jugé que les deux franges j_1 de E et de B sont situées respectivement à 2 intervalles jaunes à droite de la première coïncidence jaune et à 8 intervalles à droite de la treizième coïncidence, je sais que le nombre N_j d'intervalles jaunes entre les deux franges j_1 est approximativement égal à $12 \times 275 + 8 - 2 = 3306$. Les valeurs des quatre phases z_B, y_B, z_E, y_E étant connues on a les deux équations déterminant les nombres N_v et N_b

$$N_j \lambda_{j_1} = N_v \lambda_v + y_B \lambda_v - y_E \lambda_v = N_b \lambda_b + (y_B - z_B) \lambda_v - (y_E - z_E) \lambda_v$$

où N_v et N_b doivent être des nombres entiers. Admettant divers nombres entiers ne différant que de peu d'unités de 3306 comme valeurs de N_j il résultera diverses valeurs de N_v et de N_b . Voici les résultats de ce calcul:

$N_j = 3303$	3304	3305	3306	3307	3308	3309
$N_v = 3489,76$	3490,81	3491,87	3492,92	<u>3493,98</u>	3495,03	3496,09
$N_b = 4372,69$	4374,01	4375,34	4376,66	<u>4377,98</u>	4379,21	4380,63

La vraie valeur de N_j devant être égale à un des nom-

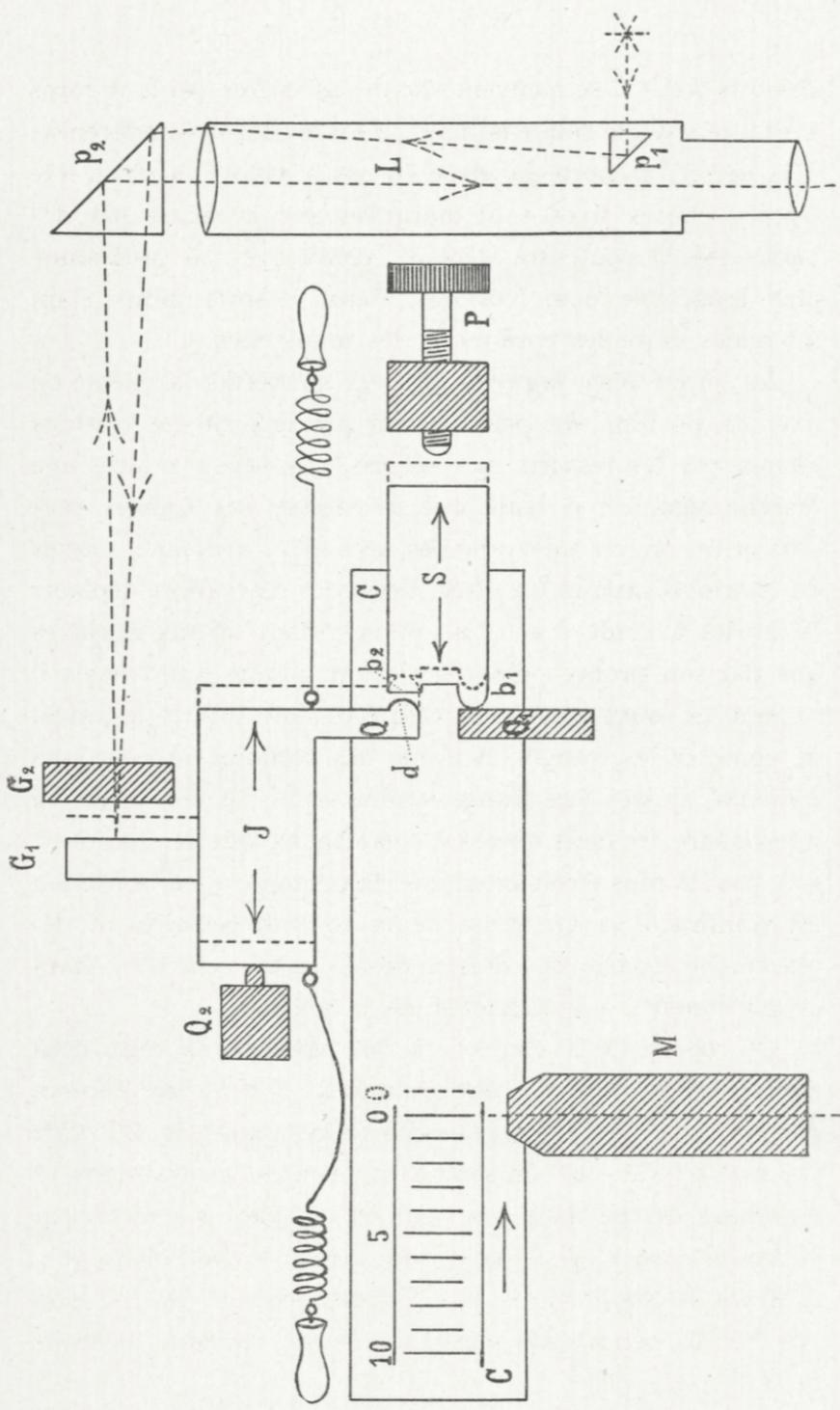
bres donnés dans la table, la seule valeur possible de N_v est 3494; on doit donc admettre

$$N_v = 3494.$$

Le millimètre étant égal à $1831,254 \lambda_v$ le déplacement d'un mm de la glace mobile aura pour effet que 3662,51 intervalles de franges vertes passent par les fils de la lunette. Je commence l'observation en visant la lunette à la frange verte de la constellation F , la frange zéro; elle se trouve à une distance de 129 intervalles à gauche de la frange verte de la constellation E . Par conséquent on aura le millimètre quand on a déplacé la glace mobile jusqu'à ce que 39,51 intervalles vertes aient passé la frange verte de la constellation B , $129 + 3494 + 39,51$ étant égal à 3662,51. La constellation finale A , se trouvant à 36 intervalles à droite de B , est distante, comme dit plus haut, de $129 + 3494 + 36 = 3659$ intervalles de la constellation zéro; on aura donc le millimètre si l'on dépasse la frange verte de A de 3,51 intervalles. Si l'on veut étalonner un millimètre d'une règle il faut seulement trouver l'excédent e de franges vertes au delà de A , correspondant à un déplacement de la glace mobile égal à ce millimètre; sa valeur sera donc égale à $1 \text{ mm} + \frac{1}{2}(e - 3,51) \lambda_v$.

L'appareil comparateur. La figure 3 représente schématiquement l'appareil dont je me suis servi en développant ma méthode (voir le texte ci-contre). Les deux

Fig. 3. Représentation schématique du comparateur interférentiel. En réalité le chariot J est placé au-dessus de CC ; les milieux de la règle, du chariot J et du curseur S se trouvent en effet dans le même plan vertical. Le prolongement Q n'existe pas, le bouton d étant appliqué directement sur la face antérieure de J . Q_1 représente la partie antérieure de la semelle de J ; le bouton b_1 est en réalité placé au-dessous de b_2 . Il va sans dire que l'axe du microscope M est vertical, visant aux traits de la règle.



chariots J et CC se meuvent sur des glissières qui font corps avec une semelle solide en fonte. J est le chariot interférentiel déjà décrit; il porte la glace G_1 vis à vis de la glace fixe G_2 (les choses fixes sont marquées sur la figure par des hachures). J peut être déplacé, comme je l'ai mentionné plus haut, par deux cordons, deux ressorts mous étant intercalés entre les cordons et les manivelles.

La sûreté avec laquelle on peut gouverner la vitesse ou fixer la position du petit chariot par le trait des cordons adouci par les ressorts m'a surpris. On peut produire une marche régulière si lente que la vitesse des franges sera plus petite qu'un intervalle par second c. à d. une vitesse du chariot d'environ $0.2 \mu/\text{sec}$. J'essayais d'abord de déplacer le chariot à l'aide d'une vis; mais n'étant lié aux glissières que par son propre poids et n'ayant qu'une petite masse il se mouvait souvent par sauts ce qui rendait difficile le travail de compter les franges. A l'aide des cordons on peut sans difficulté ajuster une frange voulue entre les deux fils du micromètre. Je crois que c'est avantageux que le chariot ne soit pas lié plus étroitement que dans mon cas où la friction est minimale, la grandeur de la force nécessaire au déplacement et celle des déformations qu'elle entraîne étant proportionnelles à la grandeur de la friction.

CC représente le chariot où l'on applique la règle dont les millimètres doivent être examinés; il peut être déplacé par un long vis; je l'appelle chariot comparateur. CC porte sur une glissière un curseur S qui suit le chariot dans sa marche à droite, mais qui peut être déplacé à gauche par la vis P jusque à ce qu'il soit arrêté, le bouton b_1 rencontrant le support fixe Q_1 . Ce déplacement fini, P doit être retiré, permettant ainsi la marche suivante à droite de S .

Le déplacement du chariot interférentiel est limité à gauche par le support fixe Q_2 et à droite par le bouton b_2 du curseur; la masse du curseur est si grande qu'il ne se déplace pas par la pression douce (130 grammes au maximum) qui se produit quand le bouton d , appliqué sur la face antérieure de J , rencontre la face plane du bouton b_2 ; d et b_2 sont en acier dur, et leurs surfaces sont polies.

L'appareil est préparé pour la recherche de la manière suivante: On déplace J à gauche jusqu'à contact avec le support Q_2 ; on met au point le microscope sur le premier trait de la règle en déplaçant CC ; le curseur S est mis en contact avec le support Q_1 par une pression douce et constante au moyen de la vis P qui est retirée immédiatement après. On a donné aux deux boutons b_1 et b_2 des dimensions telles que, b_1 étant mis en contact avec Q_1 et J avec Q_2 , il n'y a qu'une distance minimale, de 1μ ou à peu près, entre les boutons b_2 et d .

On déplace J lentement à droite en se guidant par la vitesse des franges, jusqu'à contact avec b_2 , de telle manière que la pression ne surpasse pas 130 grammes et qu'elle finisse par cette valeur, la pression finale étant établie en chargeant graduellement, sans choc, par ce poids le cordon par lequel on déplace J ; dans ce but le cordon est mis sur une poulie; quoique J et b_2 soient en acier, l'interférence montre que la position de J dépend sensiblement de la pression.

J ayant ainsi occupé sa position initiale on vise par la lunette la frange verte de la constellation zéro (F dans la fig. 2) qui se présente toujours dans le champ de la lunette quand on a fait l'opération décrite. On vise par le microscope M au trait-zéro de la règle, et cela fait, on déplace le chariot CC jusqu'à ce que le microscope vise au trait de

1 mm; puisque le curseur S suit le mouvement de CC on aura copié le premier millimètre par la distance entre les boutons b_2 et d avec l'exactitude dont l'observation microscopique est capable.

On finit l'opération en déplaçant le chariot J à droite, d'abord relativement vite; on ne voit pas alors les franges qui s'effacent à cause de la vitesse de leur mouvement, mais averti sur la proximité de la treizième coïncidence dans la bande jaune¹ on ralentit le mouvement de J à un tel degré qu'on peut suivre le passage des franges; on finit par un passage lent jusqu'à ce qu'on voie les franges s'arrêter à cause du contact rétablie entre J et b_2 , s'assurant comme mentionné plus haut que la pression ne surpasse pas les 130 grammes et qu'elle finit par cette valeur. On détermine par jugement, en fraction d'intervalle des franges, la distance entre le fil de la lunette et la frange verte qui se trouve à gauche du fil. Les lignes pointillées dans la figure signifient les positions finales de J et de S , ainsi que du trait zéro de la règle.

Je suppose le millimètre examiné par exemple trop grand; alors on trouvera la constellation finale (A dans la fig. 2) à gauche du fil, et on déplace le chariot J assez lentement pour pouvoir compter le nombre n d'intervalles de franges vertes passant le fil de la lunette, jusqu'à ce que la frange verte de A atteigne le fil. On a donc, selon p. 12, α signifiant la fraction observée, le millimètre examiné égal à $1 \text{ mm} + \frac{1}{2}(n + \alpha - 3,51)\lambda_v$.

¹ Jusqu'ici deux observateurs ont été occupé, l'un au microscope, l'autre à la lunette; le premier a servi en outre un autre microscope par lequel il observe la marche des traits d'un millimètre divisé en dixièmes et appliqué sur la garniture de la glace mobile, et par là avertissant l'autre observateur de la proximité de la treizième coïncidence. On pourra se passer de cette opération en appliquant un contact électrique avertisseur.

Si la position de la frange zéro n'est pas commode pour le pointage on vise à une frange rapprochée; et si celle-ci est située à n_0 intervalles à droite de la frange zéro on aura le millimètre égal à

$$1 \text{ mm} + \frac{1}{2} (n - n_0 + \alpha - 3,51) \lambda_v.$$

En réalité on ne met pas, comme supposé plus haut, le microscope exactement au point pour les traits de la règle; on place avec plus de profit l'image du trait près du fil du microscope, mesurant par le micromètre l'écart et répétant le mesurage quelques fois.

Ayant fini les observations concernant le premier millimètre on ramène le chariot J jusqu'à contact avec Q_2 et le curseur S au contact avec Q_1 , tandis que CC garde sa position. Le microscope visant toujours au second trait, tout est prêt pour examiner le deuxième millimètre, et ainsi de suite. Dix millimètres peuvent sans peine être examinés ainsi pendant 30 à 35 minutes.

Si l'on veut étalonner un centimètre sans s'occuper des millimètres on procède comme décrit plus haut pour les millimètres, seulement on se passe des mesures micrométriques pour tous les traits à l'exception du premier et du dernier. Un centimètre peut être étalonné pendant 20 à 25 minutes.

Afin de contrôler le parallélisme des directions de marche des deux chariots CC et J , j'ai fixé sur CC un microscope, dirigé dans le sens de la longueur de CC , et sur J un millimètre divisé en dixièmes placé en face de l'objectif du microscope. Ayant visé à un trait on déplace J d'un mm et après on déplace CC jusqu'à ce que le même trait paraisse nettement dans le microscope. Observant le déplacement que l'image du trait a subi par rapport au fil du

microscope on peut trouver l'angle α formé par les deux directions de marche; pour cette raison on fait deux observations, ayant les traits d'abord verticaux et ensuite horizontaux. Les observations ont donné la valeur de l'angle $\alpha = 0,0036$.

Lesdites deux directions n'étant pas parfaitement parallèles, le point où le bouton d rencontre la face plane de b_2 n'est pas la même à la fin du mouvement qu'au commencement. Il en résultera une erreur si le plan de b_2 n'est pas perpendiculaire à la direction de marche de S . Dans la fig. 4 AA_1 et AA_2 représentent les directions de marche de J et de CC respectivement, FG et F_1G_1 sont les lignes où le

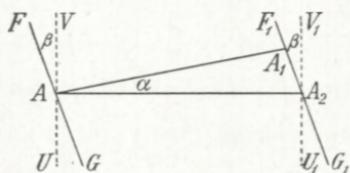


Fig. 4.

plan de l'angle $A_1AA_2 = \alpha$ coupe la face plane du bouton b_2 dans les positions respectivement initiale et finale de b_2 . VU et V_1U_1 sont perpendiculaires à AA_2 dans le plan de α . A et A_2 sont les points de contact initial et final entre d et b_2 . L'angle VAF étant nommé β on a avec une approximation suffisante, α et β étant des angles très petits,

$$AA_2 = AA_1 - AA_1 \left(\frac{1}{2} \alpha^2 - \alpha \beta \right).$$

J'ai déterminé l'angle ϑ entre la direction de marche de S et la normale à la face polie de b_2 , en observant la direction de la normale au moyen des images réfléchies par la face; j'ai trouvé ϑ de la même ordre de grandeur que α . Si l'on calcule β , les deux petits angles α et ϑ étant donnés, on trouve que β est petit de deuxième ordre; par conséquent le membre $\alpha\beta$ dans la formule donnée plus haut est négligeable; on pourra donc mettre

$$AA_2 = AA_1 (1 - \frac{1}{2} \alpha^2).$$

Il en résulte, α étant égal à 0,0036, qu'il faut faire une correction de $-0,007\mu$ sur les mm et de $-0,07\mu$ sur les cm mesurés par l'appareil.

En développant ma méthode je me suis servi des appareils qui étaient à ma disposition dans mon laboratoire, spécialement de deux machines à diviser. La semelle de la plus grande a servi de base à l'appareil; la plus petite (machine à diviser de la Société Genevoise d'Instruments de Physique) a fourni le chariot *CC* et sa semelle. Le chariot interférentiel *J* et sa semelle ont été construits spécialement pour la méthode. Voici les dimensions de *J*: longueur 4,8 cm, largeur 3,5 cm et hauteur 1,4 cm. Comme je l'ai dit plus haut il n'est lié à sa semelle que par son propre poids; de cette circonstance et de son mince poids dépend la sûreté avec laquelle on peut diriger son mouvement par le simple moyen de deux fils dans lesquels on a intercalé des ressorts mous. Il en résulte qu'on pourra construire pour cette méthode un instrument à un prix modéré et selon mes expériences plus apte pour son but que si le chariot interférentiel fût déplacé comme à l'ordinaire par des vis.

Je suis bien obligé à Monsieur Johs. Olsen qui m'a assisté pendant tout le travail; c'est lui qui a fait ordinairement les observations micrométriques tandis que j'ai fait moi-même les observations des franges d'interférence. L'habileté et les soins de M. Olsen ont beaucoup contribué au résultat satisfaisant que j'ai obtenu. Nous avons examiné une règle en laiton long de six centimètres et portant ses divisions sur une bande d'argent; elle a été fournie par la Société Genevoise d'Instruments de Physique.

Les deux tableaux suivants donnent un extrait du journal des observations relatives à l'intervalle de 40—50 mm de la règle. Le premier tableaux contient tous les nombres

observés d'une série d'observations qui ont servi pour la détermination des valeurs des dix millimètres; l'autre contient les nombres desquels résulte la valeur entière du centimètre quand on la détermine sans avoir égard aux traits des millimètres intermédiaires. La colonne numéro 14 donne les corrections des intervalles résultant des observations. J'ai ajouté deux colonnes numéros 15 et 16, donnant les corrections résultant d'autres séries d'observations. Il résulte des nombres des quatre dernières colonnes que les millimètres sont déterminés avec une erreur moyenne de $0,28 \mu$.

Le tableau suivant contient dans la deuxième colonne les valeurs des six centimètres déterminés directement et dans la troisième les sommes des valeurs trouvées des dix millimètres de chaque centimètre. Pour le centimètre 2—3

Centimètres de la règle	Valeurs directement trouvées	Les sommes des dix subdivisions	Différences
0—1	1,00073 cm	1,00063 cm	+ 1,0 μ
1—2	085	081	+ 0,4
2—3	102	108	— 0,6
3—4	069	096	— 2,7
4—5	066	059	+ 0,7
5—6	1,00079	1,00062	+ 1,7

j'ai trouvé en outre une valeur de 1,00046 cm; le grand écart de cette valeur doit être attribué à une grosse erreur due à un manque d'attention. Les valeurs des différences entre les nombres des deux colonnes correspondent aux valeurs des erreurs moyennes des nombres.

S'il s'agit de l'étalonnage d'une règle de précision longue d'un mètre je proposerai qu'on le fasse de la manière suivante. La longueur totale et la position de chacun des traits de décimètre relative aux traits extrêmes seront déterminées comme à l'ordinaire sur le comparateur. Quant aux autres traits il faudra déterminer dans les intervalles

de décimètre la position des traits de centimètre par la méthode interférentielle, et, de même la position des traits de millimètre dans les intervalles de centimètre. En outre il faudra répéter pour un des décimètres la détermination de ses dix centimètres tant de fois qu'on finira par obtenir leur somme déterminée avec la même exactitude qu'a donnée l'examination sur le comparateur; par là on obtiendra le contrôle nécessaire de la concordance entre les deux différentes méthodes métriques employées. Peut-être voudra-t-on pour ce but déterminer directement les deux demi-décimètres par l'interférence de la même manière que les centimètres sans s'occuper des positions des traits intermédiaires entre les deux traits extrêmes.

MATHEMATISK-FYSISKE MEDDELELSER

UDGIVNE AF

DET KGL. DANSKE VIDENSKABERNES SELSKAB

3. BIND (KR. 13,75):

	Kr. Ø.
1. THORKELSSON, THORKELL: Undersøgelse af nogle varme Kilder paa Nordisland. 1920	1.00
2. PÁL, JULIUS: Über ein elementares Variationsproblem. 1920..	1.15
3. WEBER, SOPHUS: Et Metals Fordampningshastighed i en Luftart. 1920	0.50
4. WEBER, SOPHUS: Note om Kvægsølvets kritiske Konstanter. 1920	0.40
5. JUEL, C.: Note über die paaren Zweigen einer ebenen Elementarkurve vierter Ordnung. 1920.....	0.50
6. JUEL, C.: Die Elementarfläche dritter Ordnung mit vier konischen Doppelpunkten. 1920	0.50
7. RØRDAM, H. N. K.: Benzoe- og Toluylsyrenes absolute Affinitet overfor een og samme Base. 1920	1.00
8. MOLLERUP, JOHANNES: Une méthode de sommabilité par des moyennes éloignées. 1920	1.00
9. BRØNSTED, J. N.: On the Applicability of the Gas Laws to strong Electrolytes, II. 1920	0.75
10. NIELSEN, NIELS: Note sur une classe de séries trigonométriques. 1921	0.50
11. HANSEN, H. M. und JACOBSEN, J. C.: Ueber die magnetische Zerlegung der Feinstrukturkomponenten der Linien des Heliumfunkspektrums. Mit 1 Tafel. 1921	1.40
12. HEVESY, G.: Über die Unterscheidung zwischen elektrolytischer und metallischer Stromleitung in festen und geschmolzenen Verbindungen. 1921	0.75
13. HEVESY, G.: Über den Zusammenhang zwischen Siedepunkt und Leitfähigkeit elektrolytisch leitender Flüssigkeiten. 1921	0.60
14. FOGH, I.: Über die Entdeckung des Aluminiums durch Oersted im Jahre 1825. 1921	0.60
15. FOGH, I.: Zur Kenntnis des Aluminiumamalgams. Mit 1 Tafel. 1921	0.75
16. NIELSEN, NIELS: Sur la généralisation du problème de Fermat. 1921	0.80
17. LARSEN, VALDEMAR: Bertrands Problem. 1921	1.25
18. WEBER, SOPHUS: En Luftstrøms Indflydelse paa et Legemes Fordampningshastighed. 1921	0.60
19. WEBER, SOPHUS: Psychrometrets Teori. 1921	0.50
20. FAURHOLT, CARL: Über die Prozesse »NH ₂ COONH ₄ + H ₂ O ⇌ (NH ₄) ₂ CO ₃ « und »CO ₂ + H ₂ O ⇌ H ₂ CO ₃ «. 1921	3.75

4. BIND.

	Kr. Ø.
1. NIELSEN, NIELS: Recherches sur l'Équation de Fermat. 1922	5.75
2. JACOBSEN, C. & OLSEN, JOHS.: On the Stopping Power of Lithium for α -Rays. 1922.....	0.60
3. NØRLUND, N. E.: Nogle Bemærkninger angaaende Interpolation med æquidistante Argumenter. 1922	1.10
4. BRØNSTED, J. N.: The Principle of the Specific Interaction of Ions. 1921	1.15
5. PEDERSEN, P. O.: En Metode til Bestemmelse af den effektive Modstand i højfrekvente Svingningskredse. 1922.....	0.70
6. PRYTZ, K.: Millimètre étallonné par des interférences. 1922 ..	0.75
7. PEDERSEN, P. O.: On the Lichtenberg Figures. Part II. 1. The distribution of the velocity in positive and negative figures. 2. The use of Lichtenberg figures for the measurement of very short intervals of time. With two plates. 1922	2.15
8. BØGGILD, O. B.: Re-Examination of some Zeolites (Okenite, Ptilolite, etc.). (Under Pressen).....	
9. WIEDEMANN, E. und FRANK, J.: Über die Konstruktion der Schattenlinien auf horizontalen Sonnenuhren von Tâbit ben Qurra. 1922	0.75
10. PEDERSEN, P. O.: Om elektriske Gnister. I. Gnistforsinkelse. Med 2 Tavler. (Under Pressen)	

